**Semestre 5**

**Unité d’enseignement : Fondamentale.**

**Matière : Mesure et Intégration.**

**Crédits : 6.**

**Coefficient : 4.**

**Objectifs de l’enseignement :** Faire découvrir à l’étudiant une nouvelle théorie qui est la théorie de la mesure ainsi que son application aux probabilités, le plaçant dans un nouveau contexte d’espaces qui sont les espaces mesurés, par suite une large théorie d’intégration est définie, en particulier celle de Lebesgue, lui permettant de se familiariser avec les grands résultats de l’intégration tels le Théorème de la convergence dominée et les théorèmes de Fubini.

**Connaissances préalables recommandées :** Algèbre 1 et 2, Topologie.

**Contenu de la matière :**

**Chapitre 1 : Tribus et Mesures**

* Rappels sur la théorie des ensembles.
* Algèbres et tribus.
* Mesures positives, probabilité.
* Propriétés des mesures, mesures extérieurs, mesures complètes.
* La mesure de Lebesgue sur la tribu des doréliens.

**Chapitre 2 : Fonctions mesurables.**

* Fonctions étagées.
* Fonctions mesurables.
* Caractérisation de la mesurabilité.
* Convergence p.p. et convergence en mesure.

**Chapitre 3 : Fonctions intégrables.**

* Intégrale d’une fonction mesurable positive.
* Propriété de l’intégrale.
* Convergence monotone et Lemme de Fatou.
* Intégrales des fonctions mesurables.
* Comparaison avec l’intégrale de Riemann.
* Théorème de la convergence dominée et applications.

**Chapitre 4 : Produit d’espaces mesurés.**

* Mesure produit, définition.
* Théorème de Fubini et conséquences